

Résumé

Sur chaque composante du repère topocentrique (N, E, U), nous modélisons le mouvement des stations GNSS par une composante linéaire, une composante harmonique annuelle et semi-annuelle et un bruit, éventuellement plus raffiné qu'un simple bruit blanc homogène. Nous utilisons notamment le bruit de scintillation, bruit défini par sa densité spectrale de puissance proportionnelle à $1/f$; cela permet d'obtenir une incertitude plus réaliste sur les vitesses des stations. Le modèle tient compte des éventuelles discontinuités de position et de vitesse correspondant, par exemple, à des séismes et à des changements d'antenne.

Les caractéristiques du bruit seront estimées, station par station, par maximum de vraisemblance. La suite de la thèse sera d'utiliser un filtre de Kalman tenant compte de la corrélation spatio-temporelle.

Cette étude contribue à l'amélioration de l'ITRF, repère terrestre international de référence.

Modèle

On considère t° une époque de référence connue. Soit $(t_i)_{i=1}^n$ les différents instants de mesure et $(X_i)_{i=1}^n$ la série temporelle de coordonnées correspondante d'une station GNSS selon une composante topocentrique. Les t_i sont régulièrement échantillonnés, sauf pour prendre en compte d'éventuelles valeurs manquantes. Nous utilisons le modèle suivant :

$$X_i = x_{\alpha_{pos}(i)}^\circ + \dot{x}_{\alpha_{vit}(i)}(t_i - t^\circ) + \sum_{j=1}^m (a_j \cos(\omega_j(t_i - t^\circ)) + b_j \sin(\omega_j(t_i - t^\circ))) + \varepsilon_i$$

où les x_k° , $k \in \llbracket 1, n_{pos} \rrbracket$, les \dot{x}_k , $k \in \llbracket 1, n_{vit} \rrbracket$, les a_j et les b_j ($j \in \llbracket 1, m \rrbracket$) sont à estimer, où les $\omega_j = 2\pi/T_j$ sont des pulsations fixées connues (T_j est la période associée) et où les ε_i représentent le bruit. Les \dot{x}_k représentent des vitesses, les x_k° représentent des ordonnées à t° et les a_j et les b_j les amplitudes associées aux périodes T_j ; les fonctions croissantes (au sens large) $\alpha_{pos} : \llbracket 1, n \rrbracket \rightarrow \llbracket 1, n_{pos} \rrbracket$ et $\alpha_{vit} : \llbracket 1, n \rrbracket \rightarrow \llbracket 1, n_{vit} \rrbracket$, connues, permettent de tenir compte des discontinuités de position et de vitesse.

Modèles de bruits

- Le modèle de bruit le plus simple est le bruit blanc (gaussien) homogène (WH) $\eta_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)$ indépendants identiquement distribués (i.i.d.).
- Le bruit blanc variable (VW) est $\eta_i \sim \mathcal{N}(0, \beta^2 \sigma_{i,SINEX}^2)$ i.i.d. où les $\sigma_{i,SINEX}$ sont connus, fournis par les fichiers SINEX.
- Le bruit de scintillation d'amplitude σ_{FN} est un bruit défini par sa densité spectrale de puissance :

$$P(f) = \frac{\sigma_{FN}^2}{2\pi f}$$

Contrairement aux bruits blancs, le bruit de scintillation est corrélé temporellement.

Les principaux modèles utilisés sont VW+FN et WH+FN. Santamaría et al. [2011] recommande le modèle VW+FN par rapport au modèle WH+FN, ce qui est confirmé par maximum de vraisemblance.

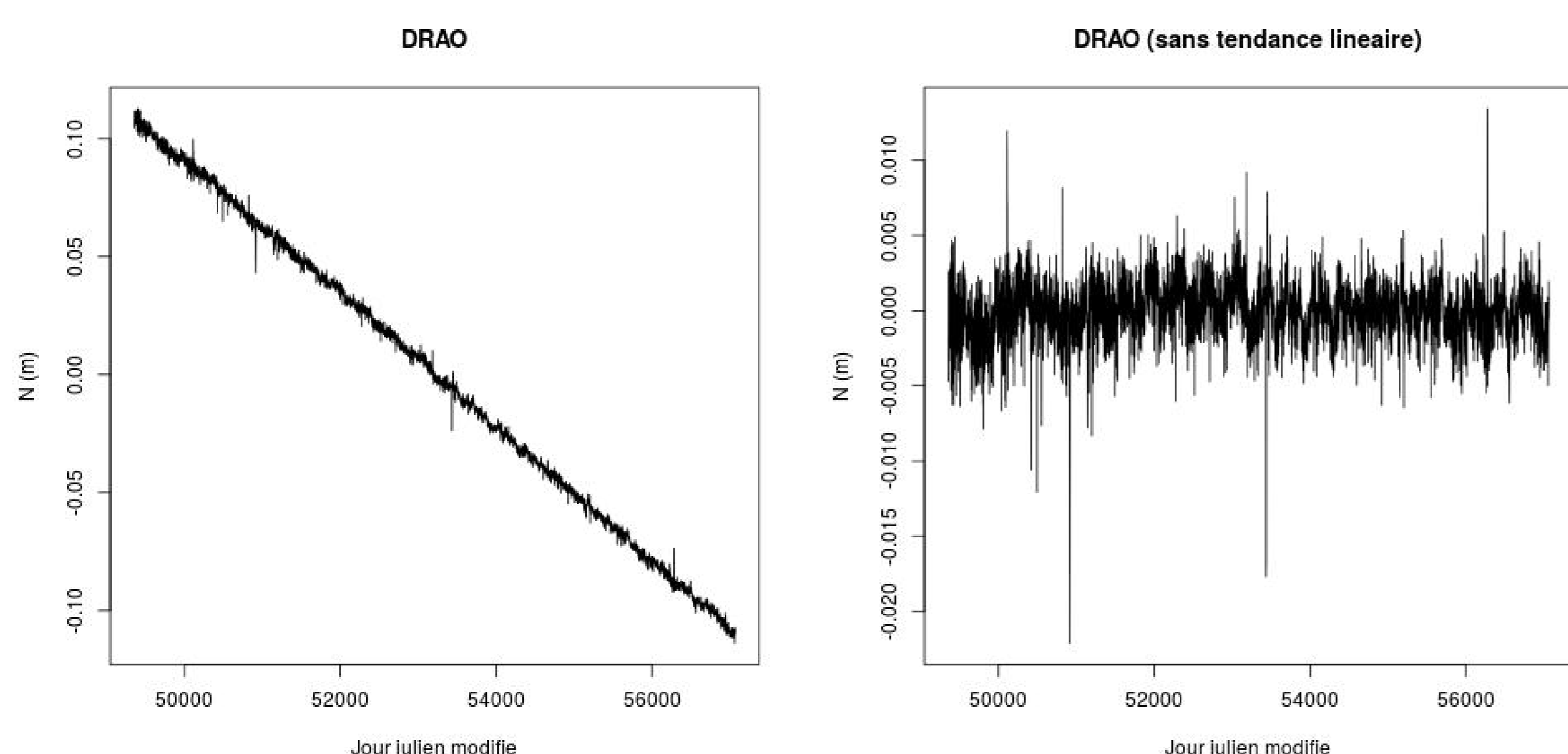


Figure 1 – Coordonnées de position GNSS pour DRAO avec et sans tendance linéaire

Résultats

Nous considérons les périodes annuelles ($j = 1$) et semi-annuelles ($j = 2$) pour tenir compte des déformations de surcharge affectant les stations; ces déformations ne sont pas prises en compte dans les positions conventionnelles des stations, les mouvements de surcharge n'étant pas modélisés avec une précision suffisante. Avant d'effectuer le maximum de vraisemblance, nous détectons et supprimons les valeurs aberrantes. La table 1 présente les résultats relatifs à la composante Nord de la station DRAO (Pentincton, Canada) [figure 1].

Modèle	WH+FN	VW+FN
ML	39437.94	39744.61
$\hat{\beta}$.	1.45
$\hat{\sigma}_w$	0.780	.
$\hat{\sigma}_{FN}$	5.10	4.86
\hat{x}	-10.3	-10.4
\hat{a}_1	0.154	0.166
\hat{b}_1	0.310	0.320
\hat{a}_2	-0.194	-0.200
\hat{b}_2	-0.0378	-0.0342

Table 1 – Résultats du maximum de vraisemblance pour la composante Nord de la station DRAO. Les unités sont le millimètre, l'année et leurs dérivées

Les résultats de vitesse concordent avec ceux de l'ITRF2014 [Altamimi et al., 2016]. Comme nous travaillons sur une composante horizontale, les amplitudes annuelles et semi-annuelles sont faibles; elles sont plus élevées sur la composante Up. Le type de bruit blanc (homogène ou variable) affecte les autres estimations. Le maximum de vraisemblance montre que le modèle VW+FN ajuste mieux les données que WH+FN; il prend néanmoins plus de temps de calcul. Les résidus pour VW+FN sont présentés sur la figure 2.

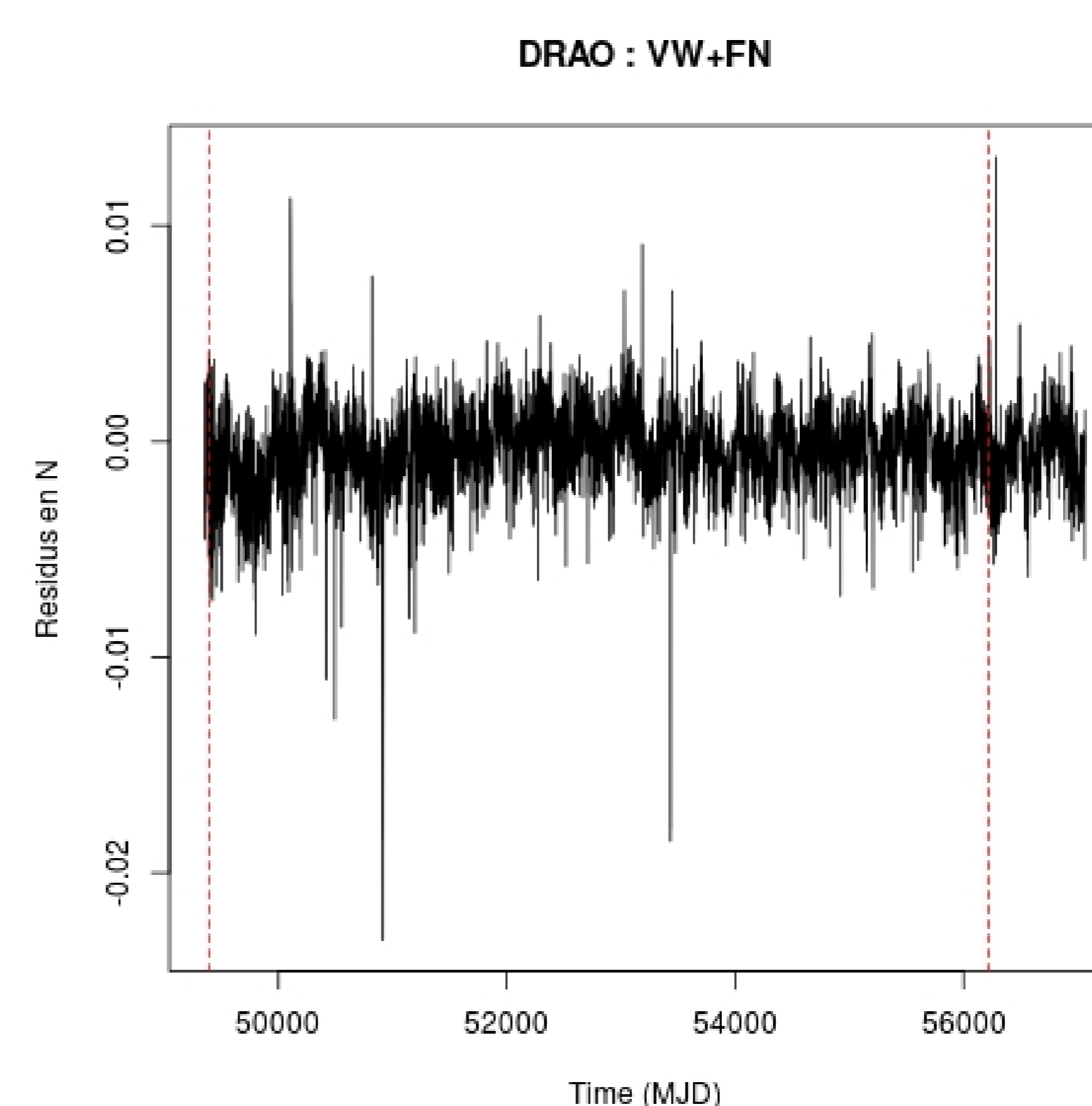


Figure 2 – Résidus en prenant en compte des périodes annuelles et semi-annuelles. Les pointillés rouges verticaux représentent les discontinuités de position.

Bibliographie

- Altamimi, Z., Rebischung, P., Métivier, L. & Collilieux, X. (2016). *ITRF2014*, http://itrf.ign.fr/ITRF_solutions/2014/
- Santamaría-Gómez, A., Bouin, M.-N., Collilieux, X., & Wöppelmann, G. (2011). Correlated errors in GPS position time series : Implications for velocity estimates. *Journal of Geophysical Research*. 116, B01405.

Remerciements

Merci à L. Métivier, O. Jamet et X. Collilieux pour leurs conseils.